

Množiny bodov

Jozef Rajník, Letná škola Trojstenu 17. 7. 2019

Úloha 1. Je daná úsečka AB . Uvažujme všetky dvojice kružníc k, l také, ktoré sa dotýkajú úsečky AB postupne v bodoch A, B a taktiež sa samé dotýkajú zvonka v bode T . Nájdite množinu všetkých bodov T .

Úloha 2. Máme danú kružnicu k a bod O . Určte množinu stredov všetkých úsečiek OP , kde P je bod kružnice k .

Úloha 3. Nájdite množinu všetkých stredov úsečiek AB , ktorých krajné body ležia na danej polkružnici t .

Úloha 4. Daná je tetiva AB kružnice k nájdite množinu všetkých

- a) stredov opísanej kružnice,
- b) ťažísk,
- c) priesečníkov výšok,
- d) stredov vpísanej kružnice

trojuholníka ABC , kde bod C je vnútorný bod oblúka AB kružnice k (jedného z nich).

Úloha 5. Daná je tetiva AB kružnice k . Uvažujme bod C oblúka nad tetivou AB . Označme P päť kolmice vedenej stredom M strany BC na stranu AC . Nájdite množinu bodov P .

Úloha 6. Pre daný rovnostranný trojuholník ABC nájdite množinu všetkých bodov P , pre ktoré platí $|\angle APB| = |\angle BPC|$

(KMS 2011/2012-Z2-4)

Úloha 7. Je daný rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB kratšou ako ramená. Nech X a Y sú v tomto poradí body na ramenách AC a BC , pričom XY má rovnakú dĺžku ako AB . Nech Z je taký bod v rovine, že trojuholník XYZ je zhodný s trojuholníkom ABC . Určte geometrické miesto bodov v rovine, ktoré vyplnia body Z pre všetky možné polohy trojuholníka XYZ .

(KMS 2009/2010-L2-9)

Úloha 8. Daná je priamka AB a reálne číslo $k \neq 0$. Nájdite množinu všetkých bodov X , pre ktoré platí $|AX|/|BX| = k$.

Úloha 9. V rovine sú dané dve kružnice $k_1(S_1, r_1)$ a $k_2(S_2, r_2)$, pričom $|S_1S_2| > r_1 + r_2$. Nájdite množinu všetkých bodov X , ktoré majú tú vlastnosť, že úsečky S_1X a S_2X pretínajú postupne kružnice k_1, k_2 v bodoch, ktorých vzdialenosti od priamky S_1S_2 sa rovnajú

(63MO A-II-2)

Úloha 10. Polpriamky p, q vychádzajú z bodu D a zvierajú pravý uhol. Uvažujme všetky polkružnice, ktoré majú fixný polomer 5 cm a ich dva krajné body ležia postupne na priamkach p, q . Nájdite množinu bodov, ktoré vyplnia body týchto polkružníc.

(KMS 2014/2015-Z1-7)

Úloha 11. Máme danú priamku p a na nej tri body T, U, V . Nájdite množinu všetkých možných stredov vpísanej kružnice trojuholníka ABC takého, že body A, B ležia na priamke p a body T, U, V sú postupne priesečníky priamky p s ťažnicou, výškou a osou uhla trojuholníka ABC .

(KMS 2012/2013-L2-11)