Programovanie

Jozef Rajník, Letná škola Trojstenu 17. 7. 2019

V nasledovných úlohách nájdite s pomocou počítača správne riešenie. Formálne vzaté, ide len o pokus o nájdenie riešenia – nemusíte dokazovať, že riešenie je jediné.

Úloha 1. Nájdite všetky také prirodzené čísla x, pre ktoré $(x+3) \mid (x^2+2x+5)$. Určte potom ich súčet.

(Mathrace 2018, ú. 18)

'

Úloha 2. Čísla x a x^2 dávajú rovnaký zvyšok po delení číslom 10000. Aký?

(Mathrace 2016, ú. 27)

Úloha 3. Nájdite všetky dvojice celých čísel (a, b), pre ktoré platí $a^3 + b^3 = a^2 + 42ab + b^2$.

(KMS 17/18-L1-6)

Úloha 4. Nájdite najväčšie prirodzené číslo n také, že hodnota súčtu

$$\lfloor\sqrt{1}\rfloor + \lfloor\sqrt{2}\rfloor + \cdots + \lfloor\sqrt{n}\rfloor$$

je prvočíslo.

(67MO A-I-4)

Úloha 5. Koľko usporiadaných štvoríc (x, y, z, w) prirodzených čísl menších než 500 spĺňa $x + w = y + z$ a $yz - xw = 93$?

(Mathrace 2016, ú. 30)

Úloha 6. Koľko existuje prirodzených čísel n takých, že delia $x^{13} - x$ pre každé prirodzené číslo x?

(Mathrace 2017, ú. 12)

Úloha 7. Nájdite všetky dvojice celých čísel (x, y) spĺňajúce, že existuje prvočíslo p a pre ktoré platí $3xy+p^2y^2 = 12p$. (Výsledok zadajte ako súčet všetkých $|x \cdot y|$.)

(Mathrace 2016, ú. 4)

Úloha 8. Nájdite najmenšie číslo, ktoré sa začína jednotkou a keď tú jednotku presunieme na koniec, tak tohto čísla, tak ho tým zväčšíme trikrát.

(Mathrace 2016, ú. 18)

Úloha 9. Aký je súčet všetkých trojciferných čísel, ktoré majú aspoň jednu číslicu párnu a aspoň jednu číslicu nepárnu.

(Mathrace 2017, ú. 1)

Úloha 10. Nájdite počet všetkých trojciferných čísel $\overline{xyz}$ takých, že 2019-ciferné číslo $\overline{xyzxyzxyz\ldots xyz}$ je deliteľné číslom 91.

(Mathrace 2016, ú. 30)