

Návody k 2. sérii letnej časti KMS 2016/2017Úloha č. 1:

Je ľahké ukázať, že Alžbetka si musela nakresliť aspoň 4 body. Štyri body Alžbetke naozaj stačili — iba šikovne spojila každý bod s každým.

Úloha č. 2:

Spočítajte, koľko zápasov sa hralo dohromady.

Úloha č. 3:

Skúmajte situáciu odzadu. Na ktorých číslach môžeme skončiť? Zrátajte si podľa poslednej cifry, z akých čísel sme sa tam mohli dostať.

Úloha č. 4:

Označme si vrcholy štvorca A, B, C, D . Dva susedné vrcholy štvorca musia mať rovnakú farbu, BUNV¹ A, B majú zelenú. Na stranách AD a BC sú body K, L ktoré majú nezelenú farbu, a stred CD je tiež nezelený. Dokážte, že aspoň jedna zo vzájomných vzdialeností rôznofarebných bodov bude veľká (alebo narazíte na relatívne ľahký prípad).

Úloha č. 5:

Upravte všetky logaritmy na rovnaký základ (dolný index logaritmu), môžete použiť niektorú z vlastností logaritmov

$$\log_a b = \frac{\log_d b}{\log_d a}, \quad \log_c(ab) = \log_c a + \log_c b.$$

Následne si nahradte $\log_d a = x$ a podobne, stačí doriešiť jednoduchšiu nerovnicu. To sa dá viacerými spôsobmi, asi najjednoduchšie je dať dokopy členy s rovnakým menovateľom.

Úloha č. 6:

Janko si vie posadať na všetky sedadlá práve pre párne n . Napríklad sa môže „akoby“ striedavo presúvať o 1, 2, 3 ... miesta, raz v jednom, raz v druhom smere. Ukážte, že pre nepárne n je celkový počet miest, o ktoré sa Janko presunie, deliteľný číslom n .

Úloha č. 7:

Nájdite ťažisko bodov.

Úloha č. 8:

Vyjadrite premenné $a_1, a_2, \dots, a_n$ pomocou ich súčtov $s_i = a_1 + a_2 + \dots + a_i$ pre $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Využite, že $|x + y| \leq |x| + |y|$. Môže prísť vhod aj znázorniť si situáciu na obrázku.

Úloha č. 9:

Ukážte, že priamky KL, MN a os úsečky BC sa pretínajú v jednom bode. Nájdite na to 3 kružnice tak, aby uvedené priamky boli ich chordály. Dve z kružníc majú veeľmi malý polomer.

Úloha č. 10:

Využite Wilsonovu vetu (https://sk.wikipedia.org/wiki/Wilsonova_veta).

¹Bez Ujmy Na Všeobecnosti