

Návody k 2. kolu zimnej časti KMS 2017/2018

Úloha č. 1:

Ako môžu vyzerat' tieto dva štvoruholníky? Ako vypočítame ich obsah (akým vzorcom) a ako ich obvod?

Úloha č. 2:

Zamyslite sa, že ak sa rozhodneme ísť po dvojfarebnej ceste, v ktorej budeme dve farby striedať, tak sa vždy dostaneme do vrchola, kde sme začínali.

Úloha č. 3:

Ak zločinec ukáže na nepárny počet veží po prvom pokuse, skúsme upraviť polohy týchto veží tak, aby v druhom pokuse určite ukázal na 0 veží. Hľadaný najmenší možný počet pokusov bude preto 2. Využiť pri tom môžeme to, že políčka, na ktoré myslel, sa nenachádzali dve v rovnakom riadku ani stĺpci.

Úloha č. 4:

Keby Mr. Miro štrngal po poradí, ako by museli štrngať ostatní, aby boli všetky podmienky splnené?

Úloha č. 5:

Priamka rozreže nanajvýš dve z troch strán trojuholníka. Preto tá tretia (19 cm) tvorí spodný odhad hľadaného priemeru. Ostáva ukázať, že 19 bude naozaj riešením. Skúste trojuholník rozrezať tak, aby sa akurát zmestil do takejto kružnice.

Úloha č. 6:

V čitateli kombinačného čísla $\binom{n}{k}$ je najviac o jeden násobok čísla d viac ako v menovateli. Preto napr. $n \geq 125$.

Úloha č. 7:

Ukážte, že trojuholník ABC musí byť pravouhlý. Ďalej dokážte, že BE a CT sú ťažnice trojuholníka PBC , kde P je priesečník priamok BT a CA .

Úloha č. 8:

Počet všetkých strán musí byť deliteľný tromi a ľahko ukázať, že n musí byť párne. Pre všetky n tvaru $6k$ a $6k+2$ štvorec vyzdobiť ide.

Úloha č. 9:

Dokreslite si trojuholník zo Švrčkových bodov trojuholníka ABC .¹ Ktoré body sú O a I v tomto trojuholníku? Ďalej si uvedomte, že tento trojuholník a trojuholník $A_1B_1C_1$ majú rovnobežné strany, a preto sú rovnolahlé. A teraz by to už malo byť ľahké :).

Úloha č. 10:

Násobíme celé čísla. Aká by mala byť hodnota ich súčinu, aby bolo fakt málo možností pre jednotlivé činitele? Učiteľ si volí aj polynóm, aj hodnoty², aj súčin!

¹O švrčkových bodoch si môžete prečítať v seriáli MKS Geometria trojuholníka od strany 29, ktorý nájdete na adrese <http://mks.mff.cuni.cz/archive/36/serial.pdf>

²je ich 2017 :)