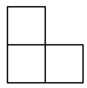
## Modelová matematická olympiáda

Letná škola matematiky, 19. 7. 2018

**Úloha 1.** Nájdite všetky kladné celé čísla $a$, $b$, pre ktoré platí

$$ab + 16 = 4a + 7b.$$

**Úloha 2.** Máme štvorčekovú sieť $n \times n$ štvorčekov. Chceme ju vydláždiť pomocou dlaždíc, ktorých tvar je zobrazený na obrázku nižšie. Dlaždice môžeme otáčať. Koľko najmenej políčok môže ostať nepokrytých dlaždicou? Výsledok určte v závislosti od kladného celého čísla $n$. Nezabudnite zdôvodniť, prečo ich nemohlo ostať menej.



**Úloha 3.** Súčin kladných reálnych čísel $a$, $b$, $c$ je 60 a ich súčet je 15. Dokážte nerovnosť

$$(a + b)(a + c) \geq 60$$

a zistite, pre ktoré také čísla $a$, $b$, $c$ nastáva rovnosť.

**Úloha 4.** V kosoštvorci $KLMN$ platí $|\sphericalangle KLM| = 40°$. Označme si stred strany $LM$ ako $S$. Na priamke $NS$ zvolíme bod $X$ tak, aby priamky $NS$ a $KX$ boli na seba kolmé. Zistite veľkosť uhla $MXN$.

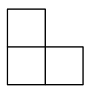
## Modelová matematická olympiáda

Letná škola matematiky, 19. 7. 2018

**Úloha 1.** Nájdite všetky kladné celé čísla $a$, $b$, pre ktoré platí

$$ab + 16 = 4a + 7b.$$

**Úloha 2.** Máme štvorčekovú sieť $n \times n$ štvorčekov. Chceme ju vydláždiť pomocou dlaždíc, ktorých tvar je zobrazený na obrázku nižšie. Dlaždice môžeme otáčať. Koľko najmenej políčok môže ostať nepokrytých dlaždicou? Výsledok určte v závislosti od kladného celého čísla $n$. Nezabudnite zdôvodniť, prečo ich nemohlo ostať menej.



**Úloha 3.** Súčin kladných reálnych čísel $a$, $b$, $c$ je 60 a ich súčet je 15. Dokážte nerovnosť

$$(a + b)(a + c) \geq 60$$

a zistite, pre ktoré také čísla $a$, $b$, $c$ nastáva rovnosť.

**Úloha 4.** V kosoštvorci $KLMN$ platí $|\sphericalangle KLM| = 40°$. Označme si stred strany $LM$ ako $S$. Na priamke $NS$ zvolíme bod $X$ tak, aby priamky $NS$ a $KX$ boli na seba kolmé. Zistite veľkosť uhla $MXN$.