

Zadania 1. série letnej časti KMS 2014/2015

Katégoria ALFA

Úloha č. 1: ($\kappa \leq 1$)

Ľudka našla vo výťahu nakresenú tabuľku 3×3 , ktorá mala v každom štvorčeku prirodzené číslo. Zapamätala si, že v každom riadku boli 3 rôzne čísla, súčet čísel v každom riadku bol rovnaký a zároveň súčin čísel v každom riadku bol rôznyi. Ľudka chce zistiť, akú najmenšiu hodnotu mohol mať súčet všetkých čísel v tabuľke. Pomôžte jej s týmto výpočtom.

Úloha č. 2: ($\kappa \leq 2$)

Betka má v ľavom vrecku korytnačku. Je špeciálna, rýdzo štvorcová. V štvorci $ABCD$ je S stred strany CD a X je taký bod na obvodě štvorca, že $|SX| = |AB|$. Aké rôzne veľkosti môže mať uhol XSC ?

Úloha č. 3: ($\kappa \leq 3$)

Veronika našla počas rýľovania záhradky poklad. Skúste to tiež! Nájdite všetky také prvočísla p a q , že p delí $q^2 - 4$, a tiež q delí $p^2 - 1$.

Úloha č. 4: ($\kappa \leq 4$)

Marek s Mojom hrajú hru s peniazmi. Hádzu mincou, a sledujú čo sa deje. Ak padne za sebou znak znak hlava, hra sa skončí a zvíťazí Mojo. Ak padne znak hlava znak, hra sa tiež skončí a vyhrá Marek. Aká je pravdepodobnosť, že zvíťazí Mojo?

Úloha č. 5: ($\kappa \leq 7$)

Mišo má v pravom vrecku sýkorku. Je trošku čudná, lebo má tvar trojuholníka BMP , kde uhol BMP je 70° . Ťažnica z vrcholu B a os uhla pri vrchole B sú totožné a pretínajú stranu MP v bode R . Výška z vrcholu P pretína priamku BR v bode Z . Os uhla pri vrchole M pretína priamku BR v bode S a stranu BP v bode V . Zistite veľkosť uhlov pri vrcholech v štvorholníku $VSZP$.

Úloha č. 6:

Katarína sa momentálne nachádza v Slnčnej sústave. My však vieme o výskyte iných sústav v našej galaxii. Nájdite všetky trojciferné čísla v desiatkovej sústave, ktoré sa rovnajú tretine čísla s rovnakým zápisom v inej číselnej sústave.

Úloha č. 7:

Vo veľom úli sa hmýri 2015 včiel. Včela je buď robotnica, trúd alebo kráľovná. Úľ ale chce čo najviac prosperovať. Čísla a , b , c sú prirodzené čísla so súčtom 2015. Nájdite najväčšiu možnú hodnotu $ab + bc + ca$.

Katégoria BETA

Úlohy číslo 4, 5, 6, 7 sú rovnaké ako v kategórii ALFA.

Úloha č. 8:

Viktor má v ľavom vrecku rysa. Je neobyčajný, lebo je veľmi ostrý. Vnútri ostrého uhla AOB ležia také body M , N , že $|\sphericalangle AOM| = |\sphericalangle BON|$. Na úsečke OA leží bod P tak, že $|\sphericalangle OPM| = |\sphericalangle APN|$. Podobne, na úsečke OB leží bod Q tak, že $|\sphericalangle OQN| = |\sphericalangle BQM|$. Dokážte, že platí: $|PM| + |PN| = |QM| + |QN|$.¹

Úloha č. 9:

Baša sa pýši, že skryla vo výťahu tabuľku. Farebne splýva s pozadím. Kolkými spôsobmi vieme ofarbiť mriežku veľkosti $N \times N$ štyrmi farbami tak, že žiadna dvojica susedných štvorčekov nemá rovnakú farbu a v každom štvorci 2×2 sú všetky štyri farby?

Úloha č. 10:

V konvexnom n -uholníku si narysujeme nejaké uhlopriečky. Nazvime uhlopriečku *pekná*, ak sa pretína s práve jednou inou uhlopriečkou. Nájdite najväčší možný počet pekných uhlopriečok (v závislosti od n). Nepomýľte sa.

¹Inak povedané, že body P , Q ležia na elipse s ohniskami v bodoch M , N .

Odporúčaná literatúra

Nielen začínajúcim riešiteľom odporúčame preštudovať si nasledujúce knihy o riešení matematických problémov:
Hecht, T. – Sklenáriková, Z.: Metódy riešenia matematických úloh

Larson, L. C.: Metódy riešenia matematických problémov. ALFA, Bratislava, 1990.

Zoznam ďalšej odporúčanej literatúry (aj pre pokročilých riešiteľov), či informácie o jej zapožičaní z našej knižnice nájdete na internete na adrese kms.sk/kniznica.

Fórum o príkladoch

Pre nedočkavcov funguje na stránke KMS diskusné fórum o príkladoch z KMS. Nájdete ho na adrese kms.sk/forum a môžete na ňom čoskoro po termíne danej série začať diskutovať o vašom najobľúbenejšom alebo najmenej obľúbenom príklade, prípadne zverejniť svoje riešenie pre ostatných riešiteľov.

Partneri



GRATEX
INTERNATIONAL

PosAm




Termín odoslania riešení: **23. február 2015** (pre zahraničie 20. február 2015)

Naša adresa: KMS, OATČ KAGDM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava.

www.kms.sk