



Milí študenti, učitelia a ostatní matematickí nadšenci!

Dostávate do rúk úvodný leták letnej časti 46. ročníka Korešpondenčného Matematického Seminára (KMS). Táto súťaž organizovaná občianskym združením Trojsten na pôde Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave (FMFI UK) je pre stredoškóľákov jedinečnou príležitosťou na zdokonalenie svojich matematických schopností a logického myslenia. Zručnosti a skúsenosti získané pri riešení tohto seminára, prípadne pri účasti na záverečnom sústreďení, sú veľmi cennou devízou aj pri riešení Matematickej olympiády (MO).

Mladším a začínajúcim študentom je určená kategória ALFA, pre starších a skúsenejších je kategória BETA. Každý môže, samozrejme, v rámci svojich možností, riešiť obidve kategórie. Podrobnejšie informácie o jednotlivých kategóriách nájdete v pravidlách. Pre tých, ktorí majú vyššie ambície a chcú by uspieť na celoštátnom kole MO kategórie A, je určený seminár iKS (Medzinárodný korešpondenčný seminár), ktorý organizujú vedúci KMS v spolupráci s českými kolegami z Matematického korešpondenčného seminára. Tento seminár má veľmi špecifický cieľ, ktorým je príprava študentov na CK MO-A a aj na Medzinárodnú matematickú olympiádu. Bližšie informácie o ňom nájdete na stránke [www.iksiko.org](http://www.iksiko.org).

Ak máte akékoľvek otázky alebo pripomienky, smelo nás kontaktujte e-mailom na adrese [kms@kms.sk](mailto:kms@kms.sk).

Veľa úspechov a radosti z riešenia vám želajú vaši organizátori.

## Pravidlá

Súťaž sa skladá z dvoch nezávislých častí – zimnej a letnej. Každá z nich prebieha v rámci školského polroka. Na konci každej časti budú najúspešnejší riešitelia pozvaní na záverečné sústreďenie. Každá časť pozostáva z troch kôl úloh. Zadania jednotlivých kôl nájdete na stránke <https://kms.sk/uohy> vždy aspoň mesiac pred termínom odovzdania daného kola. Úlohy 1 až 8 budú obodované počtom bodov od 0 po 9, úlohy 9 a 10 počtom bodov od 0 po 10. Okrem toho v niektorých špeciálnych prípadoch (popísané nižšie) môžu byť úlohy obodované aj od 0 po 6 bodov, resp. od 0 po 3 body.

Body sa udeľujú aj za čiastkové či neúplné riešenia. Za každé kolo sa riešiteľovi do poradia započíta 5 úloh s najväčším bodovým ziskom.

### Kategórie ALFA a BETA

Na to, aby si vedel/-a, ktoré úlohy môžeš riešiť, potrebuješ poznať svoj koeficient  $\kappa$ . Tento koeficient si môžeš vypočítať ako  $\kappa = \min(k, 1) + c + u$ , kde

$k$  je počet tvojich úspešných účastí na krajskom kole Matematickej olympiády kategórie A, B alebo C pred začiatkom aktuálneho školského roka (keďže vo výpočte  $\kappa$  sa berie menšia z hodnôt  $k$  a 1, po tvojej prvej úspešnej účasti už žiadna ďalšia koeficient nezvýši),

$c$  je počet tvojich úspešných účastí na celoštátnom kole Matematickej olympiády pred začiatkom aktuálneho školského roka a

$u$  je počet tvojich úspešných semestrov (semester považuj za úspešný, ak sa ti počas neho podarilo získať v niektorej kategórii aspoň 90 bodov alebo si sa zúčastnil/-a sústredenia).

Kategóriu ALFA môžu riešiť len študenti, ktorí neboli úspešnými riešiteľmi celoštátneho kola Matematickej olympiády a ktorých koeficient  $\kappa$  je najviac 2.

Kategóriu BETA môžu riešiť všetci študenti. Riešitelia, ktorí môžu riešiť ALFU, sa vo výsledkovej listine BETY objavia až po kole, v ktorom pošlú aspoň jednu z úloh 9 alebo 10.

### Kategória ALFA

Pre riešiteľov kategórie ALFA sú určené úlohy 1 až 8. Úlohy číslo 1 a 2 môžu za plný počet bodov riešiť len študenti s  $\kappa \leq 0$  a úlohu číslo 3 len študenti s  $\kappa \leq 1$ . Ostatné úlohy (4 až 8) môžu riešiť všetci riešitelia kategórie ALFA.

### Kategória BETA

Pre riešiteľov kategórie BETA sú určené úlohy 3 až 10. Za úlohy 3 a 4 nie je v kategórii BETA možné získať plný počet bodov, dajú za riešiť za maximálne 3, resp. 6 bodov (popísané nižšie). Úlohu číslo 5 môžu za plný počet bodov riešiť len študenti s  $\kappa \leq 6$ . Ostatné úlohy (6 až 10) môžu riešiť všetci riešitelia kategórie BETA.

Pre prehľadnosť uvedieme koeficientové hranice aj v tabuľke.

Číslo úlohy	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\kappa \leq$	0	0	1	2	6	-	-	-	-	-

### Riešenia za 3 a 6 bodov

Koeficient  $\kappa$  určuje, ktoré úlohy môže riešiteľ súťažne riešiť za plný počet bodov. Okrem toho môže riešiť aj

- úlohu s najvyšším poradovým číslom, ktorú mu koeficient nedovoľuje riešiť, pričom za riešenie dostane dve tretiny získaného počtu bodov zaokrúhlené na najbližšie celé číslo (čiže najviac 6) a
- úlohu s druhým najvyšším poradovým číslom, ktorú mu koeficient nedovoľuje riešiť, pričom za riešenie dostane tretinu získaného počtu bodov zaokrúhlenú na najbližšie celé číslo (čiže najviac 3).

V kategórii BETA navyše úlohu 3 nemožno riešiť za 6 ani 9 bodov a úlohu 4 nemožno riešiť za 9 bodov (čiže akoby každý riešiteľ s  $\kappa \leq 2$  mal vo výsledkovej listine BETY koeficient  $\kappa = 3$ ). Napríklad

- riešiteľ s koeficientom 3 nemôže súťažne riešiť úlohy 1 a 2, v úlohe 3 vie získať 3 body, v úlohe 4 vie získať 6 bodov, v úlohách 5 až 8 vie získať po 9 bodov a v úlohách 9 a 10 vie získať po 10 bodov,
- riešiteľ s koeficientom 7 nemôže súťažne riešiť úlohy 1 až 3, v úlohe 4 vie získať 3 body, v úlohe 5 vie získať 6 bodov, v úlohách 6 až 8 vie získať po 9 bodov a v úlohách 9 a 10 vie získať po 10 bodov a
- riešiteľ s koeficientom 2 nemôže súťažne riešiť úlohu 1, v úlohe 2 vie získať 3 body, v úlohe 3 vie získať 6 bodov do kategórie ALFA a 3 body do kategórie BETA, v úlohe 4 vie získať 9 bodov do kategórie ALFA a 6 bodov do kategórie BETA, v úlohách 5 až 8 vie získať po 9 bodov do oboch kategórií a v úlohách 9 a 10 vie získať po 10 bodov do kategórie BETA.

Bodovanie týchto úloh funguje tak, že opravovateľ ohodnotí úlohu od 0 po 9 bodov ako zvyčajne, ale riešiteľovi sa do súčtu bodov z nej započíta len tretina, resp. dve tretiny bodov zaokrúhlené na najbližšie celé číslo.

## Pozývanie na sústredenia

Po každej časti, zimnej aj letnej, sa uskutoční aspoň jedno sústredenie pre najúspešnejších riešiteľov oboch kategórií ALFA a BETA. Z každej z kategórií ALFA a BETA bude aspoň 24 najlepších riešiteľov pozvaných na niektoré z nich. Ostatní riešitelia môžu byť pozvaní ako náhradníci. V rámci jednej časti je možné zúčastniť sa najviac jedného sústredenia.

Keďže sústredenie kategórie ALFA je určené najmä pre študentov 9. ročníka základnej školy až 3. ročníka strednej školy a sústredenie kategórie BETA je určené najmä pre stredoškolských študentov, vyhradzuje si právo s prihliadnutím hlavne na ročník úspešného riešiteľa pozvať ho na sústredenie inej kategórie, resp. nepozvať ho.

## Pokyny pre riešiteľov

- Úlohy rieš **samostatne**.
- Riešenie každej úlohy riadne zdôvodni. V prípade, že v časti či celom riešení používaš odbornú literatúru, uveď jej názov, autora, vydavateľstvo, rok vydania a stranu, prípadne odkaz na internetovú stránku, ak si čerpal z internetu. Samozrejme, aj v tomto prípade zašli kompletne riešenie.
- Riešenie musí byť explicitné (pochopteľné samo o sebe bez ďalších zdrojov) a musí byť skontrolovateľné (v rozumnom čase) ručne opravovateľom (napríklad riešenia využívajúce výpočtovú techniku obvykle ručne skontrolovateľné nie sú).
- Odporúčame Ti pozrieť stránku [Ako riešiť úlohy v KMS<sup>1</sup>](#), kde nájdeš niekoľko užitočných rád.
- Riešenia posielaj do termínu odoslania kola. Ak posielaš poštou riešenia z územia mimo Slovenskej republiky, treba to stihnúť do uvedeného zahraničného termínu. Riešenia odoslané po termíne odoslania spôsobujú značné organizačné problémy, vyhradzuje si preto právo udeliť za ne nula bodov.
- Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4. Ku každej úlohe uveď svoje meno, triedu, školu a adresu! Víťané sú okrem riešení v slovenčine aj riešenia v angličtine a češtine. Veľmi nás potešia riešenia písané v TeXu. Z organizačných dôvodov nebudú opravované riešenia písané v iných jazykoch.
- Na našej stránke si môžeš stiahnuť a vytlačiť [predlohy pre riešenia<sup>2</sup>](#).
- Riešenia píš čitateľne. Ak nebudeme schopní prečítať časť tvojho riešenia, vyhradzuje si právo neudelit ti za tú časť body. Odporúčame písať riešenia na počítači.
- Po termíne kola môžeš na našej stránke nájsť vzorové riešenia, príp. aj [videovzoráky<sup>3</sup>](#), ktoré ti pomôžu pochopiť riešenia úloh, s ktorými si mal/-a problém.
- Opravené, obodované a okomentované riešenia nájdeš po prihlásení pod zadaním úlohy na našej stránke.
- Pokiaľ máš dojem, že tvoje riešenie bolo nesprávne obodované, pošli čo najskôr sťažnosť na e-mailovú adresu [kms@kms.sk](mailto:kms@kms.sk).
- Ak ti nie je v zadaniach čokoľvek jasné alebo máš akékoľvek pochybnosti, netreba sa báť spýtať sa nás. Ideálny spôsob je zaslanie e-mailu na [kms@kms.sk](mailto:kms@kms.sk).

<sup>1</sup>[https://kms.sk/ako\\_riesit/](https://kms.sk/ako_riesit/)

<sup>2</sup><https://kms.sk/template>

<sup>3</sup><https://www.youtube.com/user/KorMatSem>

## Elektronické posielanie riešení

Svoje riešenia odporúčame odovzdávať v elektronickej podobe na našej stránke. Pre elektronické posielanie riešení platia nasledovné pravidlá:

- Termín na odovzdanie je vždy v deň termínu odoslania kola o 23:59. Po tomto čase už elektronické posielanie nie je možné. Tento jednotný termín sa týka aj zahraničných riešiteľov.
- Akceptované sú **iba riešenia vo formáte pdf** písané na počítači, prípadne naskenované, **pre každú úlohu jeden súbor**. Pri ich tvorbe odporúčame použiť TeX alebo export do formátu pdf z iných aplikácií. Môžeš pritom využiť predlohy, ktoré nájdeš na našej stránke <https://kms.sk/template>. Ak posielaš oskenované riešenie, daj si pozor, či nie je príliš tmavé a či je čitateľné.
- Nezabudni v hlavičke riešenia uviesť svoje meno, triedu, školu a adresu!
- Pokiaľ na našej stránke vyplníš všetky potrebné údaje (pozri si návod na <https://kms.sk/eriesenia>), nemusíš posilať poštou papierovú návratku.

## Prijatie na FMFI UK bez prijímačiek

Ak účastník získa v niektorej časti (zimnej, letnej) a ľubovoľnej kategórii KMS aspoň 65% celkového počtu bodov, a hlási sa na študijný program, ktorého profilovým predmetom je matematika, bude prijatý.

Ba čo viac, ak dosiahne excelentné výsledky a dostane za to Dekanský list, v prípade, že príde študovať na FMFI UK, čaká naňho motivačné štipendium vo výške približne 300 eur.

☞ -----

Prihláška do zimnej časti KMS 2024/2025 – **poslať spolu s 1. kolom!**  
**Týka sa iba riešení posielaných poštou.**

Meno a priezvisko: ..... Dátum narodenia: .....  
 Škola: .....  
 Rok maturity: ..... Trieda: .....  
 Počet účasti na celoštátnom kole MO: ..... Počet účasti na krajskom kole MO A, B, C: .....  
 Adresa domov: .....  
 Adresa pre poštu (domov – škola – iná): .....  
 Tel. domov: ..... mobil (vlastný): .....  
 e-mail: .....

Svojím podpisom dávam podľa § 11 a nasl. zákona č. 122/2013 Z.z. o ochrane osobných údajov svoj výslovný súhlas so správou, spracovaním a uchovaním svojich osobných údajov, ktoré poskytujem občianskemu združeniu Trojsten. Poskytujem dobrovoľné údaje s tým, že tieto údaje môžu byť spracované pre (i) ich interné využitie v rámci občianskeho združenia Trojsten za účelom vyhodnotenia uchádzačov o program (ii) za účelom vytvárania databázy uchádzačov pre účely ďalšej spolupráce so študentom. Beriem na vedomie a súhlasím s tým, že Trojsten môže moje údaje dlhodobo uchovávať a spracúvať za účelom poskytovania študentských príležitostí alebo iných odborných alebo spoločenských aktivít občianskeho združenia Trojsten. Súhlas je daný na dobu nevyhnutnú na dosiahnutie účelu spracovania a je ho možné kedykoľvek písomne odvolať.

Podpis: .....

# Zadania 1. kola zimnej časti

Termín odoslania 7. október 2024

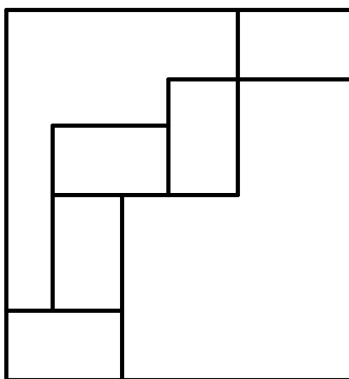
V prípade otázok k zadaniam nás neváhajte kontaktovať na [kms@kms.sk](mailto:kms@kms.sk).

## 1.1 Kóši Mučí Stvorenia ( $\kappa \leq 0$ )

kategória **alfa**

V krajine Al-Gebra, v meste Nerovno, stál doktor Kóši nad pracovným stolom pohrúžený do hlbokých myšlienok. Bol poverený nesmierne tajnou úlohou. Bolo vôbec správne spraviť to, čo po ňom žiadajú? Nakoniec sa rozhodol a dal si log zo svojej tajomnej fľaštičky. Zo stola sledovali jeho premenu vystrašené oči. Pán Švarc sa zahnal kladivom...

Roh miestnosti okupovala zlovestná, štvorcová kletka so stranou dlhou 6 cm. V nej sa nachádzalo 5 rovnakých Obdĺžnikov, trasúcich sa pri pomyslení na údel ich kamaráta. Tisnú sa k sebe tak, ako na obrázku nižšie. Obrázok je však len ilustračný, teda niektoré dĺžky nemusia sedieť. Nájdite obsah jedného takého Obdĺžnika.



## 1.2 Kandidáti Misiu Splnia ( $\kappa \leq 0$ )

kategória **alfa**

V Pravom Uholníkovke medzitým zistili, že sa z mesta stratila hneď šesťica Obdĺžnikov. Tento prípad okamžite nahlásili hlavnej správkyni Pyte Gorovej. Tá neváhala a vyhlásila informačnú pohotovosť, aby našla dobrovoľníkov na výzvednú misiu. V okamihu sa jej zbehol hlúčik rôznych kandidátov od Jednouholníkov po Deväťuholníkov.

Koľkými spôsobmi vieme umiestniť čísla 1, 1, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9 do políčok tak, aby spĺňali uvedené nerovnosti?

$$\bigcirc < \bigcirc \leq \bigcirc < \bigcirc < \bigcirc > \bigcirc > \bigcirc > \bigcirc > \bigcirc > \bigcirc$$

## 1.3 Kulminuje Masívne Sprisahanie ( $\kappa \leq 1$ )

kategórie **alfa a beta**

Výzvedná misia bola náročná. Apolonius Brahmagupta Ceva sa v prestrojení prechádzal po uliciach Del Itela. Snažil sa nadviazať rozhovor s miestnymi, ale nejak nikto o Obdĺžnikoch nič nevedel. Už začínal byť zúfalý. Potom ho však oslovila postava, ktorá sa predstavila ako Mita Li: „Ak zháňaš Obdĺžnikov, od miestnych sa nič nedozvieš. Však vieš, ako Teória Čísel do všetkého pchá nos. Deje sa veľké sprisahanie a oni...Oni sú jeho súčasťou.“

Apolonia presvedčili pádne argumenty a jeho zmysel pre spravodlivosť začal vrieť. Zabudol na všetko a s vervou uháňal späť do krajiny Geometrie, aby podal svojim krajanom svedectvo o krivdách, ktoré sa im v tajnosti dejú.

Pre číre rozhorčenie zabudol na potešenie z toho, aké šikovné prestrojenie sa mu podarilo. Svoj pravý uhol zamaskoval ako rovnosť inšpirovanú citátom hlavnej správkyne.

Kladné celé čísla  $a, b$  a prvočíslo  $p$  sú také, že

$$a^2 + p^2 = b^2.$$

Dokážte, že potom  $2(b + p)$  je druhá mocnina celého čísla.

#### 1.4 Krivdu Musia Splatíť ( $\kappa \leq 2$ )

kategórie **alfa** a **beta**

Keď si Apoloniovu správu vypočuli v hlavnom meste krajiny Geometrie, nastalo pobúrenie. Ľud volal po pomste, a tak nastal čas povolať bojovníkov za spravodlivosť – Mocnostných Dosahovačov. „Mocnostní Dosahovači, morfujte!“ zvolala na nich hlavná správkyňa, keď sa dostavili na námestie. A tak začali morfovať.

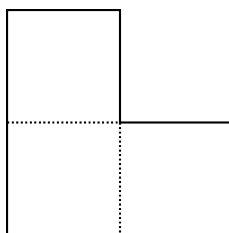
Mocnostný Dosahovač je štvorec s dĺžkou strany 24 cm. Morfovanie prebieha nasledovne: Keď sa Mocnostný Dosahovač preloží na polovicu pozdĺž uhlopriečky, tak vznikne trojuholník  $ABC$  s pravým uhlom pri vrchole  $A$ . Potom sa zohne tak, aby bod  $C$  skončil niekde na strane  $AB$  a toto miesto si označí  $D$ . Platí, že vzniknutý ohyb pretne stranu  $BC$  v bode  $X$ . Mocnostný Dosahovač sa potom znova ohne tak, aby bod  $B$  skončil na bode  $X$ . Všimli sme si, že novovzniknutý ohyb prechádza bodom  $D$ . Aká je v centimetroch vzdialenosť medzi bodmi  $A$  a  $D$ ?

#### 1.5 Kombistanom Maširujú Supervojači ( $\kappa \leq 6$ )

kategórie **alfa** a **beta**

Mocnostní Dosahovači pri svojom pochode na Teóriu Čísel nelegálne prekročili hranice Kombistanu. Kombistanci odmietli nechať svoju krajinu zadupať do zeme, tak sa rozhodli niečo s tým urobiť. Zobrali svoje L-ká a začali ich deliť na menšie. Nikto netuší, ako im to pomôže, ale Kombistanci to aj tak nevzdávajú.

Ukážte, že pre všetky  $n \geq 9$  vieme L-ko (štvorec bez jednej štvrtiny, ako na obrázku) rozdeliť na  $n$  podobných (nie nutne rovnako veľkých) L-iek.



#### 1.6 Kombá Mužstva Spravíme

kategórie **alfa** a **beta**

Keď sa o pochode Mocnostných Dosahovačov dozvedeli v Teórii Čísel, ihneď sa začali chystať na boj, ktorý ich čaká. Povolali svoje elitné jednotky, dvojky, trojky, štvorky, päťky, šesťky, ... Keď sa všetci zaradili, nastal čas deliť ich do formácií.

Nech  $m, n$  sú kladné celé čísla. Dokážte, že nasledujúce tvrdenia sú ekvivalentné:

- Žiadne prvočíslo  $p \leq n$  nedelí číslo  $m$ .

- Pre každé kladné celé číslo  $k \leq n$  je kombinačné číslo<sup>4</sup>  $\binom{m+k-1}{k}$  deliteľné  $m$ .

## 1.7 Krviprelievanie, Mordovanie, Smútok

kategórie **alfa** a **beta**

Došlo k najhoršiemu. Na bojisku sa strhla haravara a krviprelievaniu nebolo konca-kraja. Veľmi rýchlo sa ukázala taktická prevaha Geometrov, ktorí sa poľahky zorientovali v spletitej situácii a do máp si zakreslili všetky styčné body trojuholníkového bojiska.

Majme trojuholník  $CGN$ . Vnútri neho leží na osi uhla  $GCN$  bod  $L$ . Nech  $X, Y$  postupne označujú body ležiace na stranách  $CG$  a  $CN$ , ktoré spĺňajú  $|\sphericalangle CNL| = |\sphericalangle XLG|$  a  $|\sphericalangle CGL| = |\sphericalangle YLN|$ . Dokážte, že bod  $L$  je stred kružnice vpísanej trojuholníku  $CGN$  práve vtedy, keď body  $L, X, Y$  ležia na priamke.

## 1.8 Karteziánova Mocná Sieť

kategórie **alfa** a **beta**

Bitka vyzerala pre Teóriu Čísel beznádejne. Vtom prišli na pomoc bojovníci Al-Gebry na svojich formulách. Medzi nimi aj Kartezián ozbrojený svojou nekonečnou sieťou, ktorá pokryla celé bojisko a znehybnila Mocnostných Dosahovačov. Tým ich premenil na sériu praobyčajných rovníc. Aby sa podarilo bitku o osud celej matematiky zvrátiť, stačí tieto rovnice vyriešiť.

Nájdite všetky reálne čísla  $x, y, z$ , ktoré sú riešeniami sústavy rovníc

$$x^2 + x - 1 = y,$$

$$y^2 + y - 1 = z,$$

$$z^2 + z - 1 = x.$$

## 1.9 Konferencia Mierová Súdi

kategória **beta**

„Ticho, ticho v súdnej sieni. Vážený zástupcovia Al-Gebry, Kombistanu, Matematickej ľudovo-demokratickej Analýzy a moji krajanovia z kráľovstva Teórie Čísel. Krajina Geometrie na čele s hlavnou správkynou Pytou Gorovou sa dopustila zločinu proti matematike. Podľa paragrafu  $\pi$  zákona o spolunažívaní matematických štruktúr a pozmeňujúcich návrhov schválených počas Zermelových reforiem, ďalej podľa zákona ...“

V kruhu okolo stola sedí  $n \geq 2$  veľvyslancov. Tí na začiatku nespia, ale každý sa pozerá na nejakého jedného iného veľvyslancu. Občas sa nejaký (naraz najviac 1) veľvyslanec, ktorý nespí, postaví, vyhlási „Mňa už to nebaví!“ a odíde. Všetci veľvyslanci, ktorí sa na neho pozerali, následne zavrú oči a zaspia. Tento proces sa opakuje, kým všetci veľvyslanci buď neodišli, alebo nezaspali. Veľvyslanec, ktorý na konci spí, sa nazýva *unudený*.

1. V závislosti od  $n$  určte najväčšie  $k$  také, že bez ohľadu na to, na koho sa pozerajú jednotliví veľvyslanci, existuje postupnosť odchádzania veľvyslancov taká, že na konci bude unudených aspoň  $k$  z nich.
2. V závislosti od  $n$  určte najmenšie  $l$  také, že bez ohľadu na to, na koho sa pozerajú jednotliví veľvyslanci, existuje postupnosť odchádzania veľvyslancov taká, že na konci bude unudených najviac  $l$  z nich.

<sup>4</sup>Kombinačné číslo  $\binom{a}{b}$  označuje počet spôsobov, ktorými je možné z  $a$  vecí vybrať nejakých  $b$ , pričom nám nezáleží na poradí.

3. Dokážte, že pre každé konkrétne rozostavenie veľvyslancov (kde zohľadňujeme, na koho sa pozerajú) je najväčší a najmenší možný počet unudených veľvyslancov dokopy najviac  $n$ .

### 1.10 Komandá Mriežku Strážia

kategória **beta**

Súd súdil spravodlivo a usúdil, že odsúdiť Geometrov na osud vazalov je súdne. Hrdinní Al-Gebraici budú spravovať ich zem po mnoho rokov. A tak vláda Al-Gebry vyslala svojich vojakov, aby strážili mier na tomto území.

Územie krajiny Geometrie si vieme predstaviť ako tabuľku  $p \times p$ , kde  $p \geq 5$  je prvočíslo. Dokážte, že počet spôsobov, ako možno rozmiestniť  $p$  nerozlišiteľných vojakov do tejto tabuľky tak, aby bol na každom políčku najviac jeden vojak a zároveň neboli všetci vojaci v jednom riadku (v jednom stĺpci však byť môžu), je deliteľný  $p^5$ .